

NOTIZEN

Kerndipolschwingungen und Resonanzen bei hohen γ -Energien

Von J. Hans D. Jensen

Institut für theoret. Physik der Universität Heidelberg
und Peter Jensen

Physikalisches Institut der Universität Freiburg i. Br.

(Z. Naturforschg. 5a, 343–344 [1950]; eingeg. am 23. Mai 1950)

Die neuerlich gefundenen^{1,2,3} Resonanzen bei γ -Energien um 20 MeV für $(\gamma; x)$ -Prozesse ($x = p, n, 2n$ oder fission) wurden von Goldhaber und Teller⁴ als Eigenfrequenzen einer Kollektivbewegung aller Protonen gegen alle Neutronen im Kern gedeutet, in der Art der Reststrahlfrequenzen bei Ionenkristallen. Diese Erklärung fand eine Stütze in dem Befund von Baldwin³, daß für F^{19} die Resonanz für $(\gamma; n)$ und $(\gamma; 2n)$ bei der gleichen γ -Frequenz von etwa 30 MeV liegt. Für die quantitative Behandlung benutzten Goldhaber und Teller ein Modell, in dem die Protonenkugel starr gegen die Neutronenkugel schwingt, mit der Begründung, daß dieses Modell eine Abhängigkeit der Resonanzfrequenz proportional zu $A^{-1/6}$ liefere, die ihnen am besten zu den experimentellen Daten zu passen schien, während nach dem näherliegenden Modell, in dem die Protonen als „Flüssigkeit“ gegen die „Neutronenflüssigkeit“ schwingen, $\omega \sim A^{-1/3}$ sein würde.

Da die recht ungenauen experimentellen Daten bislang kaum eine Entscheidung zwischen $A^{-1/6}$ und $A^{-1/3}$ zulassen und eher besser zu $\omega \sim A^{-1/3}$ zu passen scheinen (vgl. unten Tab. 1), schien es immerhin lohnend, das letztgenannte — physikalisch plausiblere — Modell etwas genauer zu diskutieren, das obendrein den Vorzug hat, daß sich die Eigenfrequenzen ohne willkürliche Konstanten berechnen lassen, da die „rücktreibenden Kräfte“ unmittelbar aus den empirischen Formeln⁵ für den Verlauf der Massendefekte zu entnehmen sind.

Wegen des Überwiegens der Volumenkräfte halten wir den Kernradius $R = A^{1/3} \cdot 1,42 \cdot 10^{-13}$ cm, und ebenfalls die Gesamtdichte $\rho_0 = \rho_p + \rho_n$ bei der Schwingung konstant und nennen ρ^* die Abweichung der Protonendichte ρ_p von ihrem Mittelwert $\rho_0(Z/A)$, d. h. $\rho_p = \rho_0(Z/A) + \rho^*$, und $\rho_n = \rho_0(N/A) - \rho^*$. Dann folgt, aus dem neutronenüberschußabhängigen Anteil der Bindungsenergie⁵ pro Nucleon: $23(N-Z)^2/A^2$ [MeV], für die entsprechende Energiedichte:

$$\epsilon_{N-Z} = \rho_0 \cdot 23 \left(\frac{N-Z}{A} \right)^2 = 23 \frac{(\rho_n - \rho_p)^2}{\rho_0} \text{ [MeV/cm}^3\text{]}.$$

¹ C. G. Baldwin u. G. S. Klaiber, Physic. Rev. 71, 3 [1947]; 73, 1156 [1948].

² J. Mc. Elhinney, A. O. Hansen, R. A. Becker, R. B. Duffield u. B. C. Diven, Physic. Rev. 75, 542 [1949].

³ C. G. Baldwin, Physic. Rev. 76, 182 [1949], und freundl. briefliche Mitteilung.

Mit Einführung der reduzierten Dichten

$$\varrho_{\text{red}} = \varrho_0 ZN/A^2$$

und M = Nucleonenmasse und dem Ausdruck

$$z = \sqrt{\frac{\varrho_{\text{red}}}{M} \frac{d^2 \epsilon}{d \varrho^2}}$$

für die „Schallgeschwindigkeit“, folgt hydrodynamisch^{6,7,10} die Schwingungsgleichung:

$$\frac{\partial^2 \varrho}{\partial t^2} = z^2 \cdot \Delta \varrho,$$

mit der Randbedingung $\partial \varrho / \partial r = 0$ bei $r = R = A^{1/3} \cdot 1,42 \cdot 10^{-13}$ cm.

Für Dipolschwingungen gemäß dem Ansatz:

$$\varrho = \cos(\vartheta) f(r) e^{i \omega t}$$

folgt für die Eigenwellenlänge der untersten Eigenschwingung⁸

$$\lambda = \frac{2\pi}{2,08} R = A^{1/3} \frac{2\pi}{2,08} \cdot 1,42 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$$

und die Eigenfrequenz $\omega = 2\pi \nu / \lambda$ ergibt sich zu:

$$\hbar \omega = 63 \cdot A^{-1/3} \text{ [MeV]}.$$

Der Einfluß der Störung der Coulombenergie auf die Eigenschwingungen ist gering und kann in erster Näherung vernachlässigt werden; er erhöht die Eigenfrequenz und bewirkt einen etwas schwächeren Abfall als proportional zu $A^{-1/3}$, da der Coulombanteil allein eine vom Radius, also auch von A , unabhängige Eigenfrequenz liefern würde⁷. Tab. 1 zeigt einen Vergleich mit den experimentellen Daten.

Die ohne willkürlichen Parameter berechneten Eigenfrequenzen sind bei den schwereren Elementen um etwa 25% zu klein. Die Abhängigkeit von A wird befriedigend wiedergegeben; daß zu den leichtesten Kernen ($A < 20$) die theoretischen Frequenzen etwas stärker ansteigen als die experimentellen, ist nicht befremdend, da man nicht erwarten kann, daß bis zu so nucleonenarmen Kernen das Tröpfchenmodell eine physikalisch sinnvolle Näherung ist. Die im Vergleich mit Ta^{181} etwas reichlich hohe Lage der Resonanzstelle für $(\gamma; \text{fission})$ bei Th und U könnte durch eine Zunahme der Spaltungswahrscheinlichkeit mit der Anregungsenergie vorgetäuscht sein.

⁴ M. Goldhaber u. E. Teller, Physic. Rev. 74, 1046 [1948]; vgl. auch R. D. Present, Physic. Rev. 77, 355 [1950].

⁵ N. Bohr u. J. A. Wheeler, Physic. Rev. 56, 426 [1939].

⁶ F. Bloch, Z. Physik 81, 363 [1933].

⁷ H. Jensen, Z. Physik 106, 620 [1937].

⁸ Lord Rayleigh, Theory of Sound, 2nd ed. Chapt. 17.



Kern	Be ⁹	C ¹²	F ¹⁹	Mg ²⁶	Cu ⁶³	Ta ¹⁸¹	Th und U
Prozeß	(γ ; p)	(γ ; n)	(γ ; n)	(γ ; p)	(γ ; n)	(γ ; n)	(γ ; fission)
Autor	Fußn. 3	Fußn. 1	Fußn. 3	Fußn. 3	Fußn. 1	Fußn. 2	Fußn. 1
$\tilde{n} \omega$ (experim.) .	32	30	30	28	22	15	16–18
$\tilde{n} \omega$ (theoret.) .	30	27	24	21	16	11	11
ω/ω_{Ta} (experim.)	2,13	2,00	2,00	1,87	1,46	1	—
$(181/A)^{1/3}$	2,72	2,47	2,12	1,91	1,42	1	—
$(181/A)^{1/6}$	1,65	1,57	1,46	1,38	1,19	1	—

Tab. 1.

Wenn man annimmt, daß die Energie der Kollektibewegung vor der Nucleonenemission durch die Viskosität der Kernmaterie bis zum thermischen Gleichgewicht dissipiert wird, behebt das Modell nicht die Schwierigkeit einer Erklärung dafür, daß die (γ ; p)-Prozesse auch bei den schwereren Kernen noch einige Prozent der (γ ; n)-Prozesse ausmachen⁹.

Eine ausführlichere Mitteilung und die Diskussion der Oszillatorstärken (Wirkungsquerschnitte, Kernstreuung) und Dämpfung (Resonanzbreite) soll a. a. O. erscheinen¹⁰.

Hrn. H. Steinwedel, Heidelberg, danken wir für wertvolle Diskussionen.

⁹ Vgl. z. B. P. Jensen, Naturwiss. 35, 190 [1948].

¹⁰ H. Steinwedel u. J. H. D. Jensen, Z. Naturforsch., in Vorbereitung.

Über die statistische Berechnung des Curie-Punktes ferromagnetischer Kristallgitter

Von V. Zehler

Institut für theoret. Physik der Justus-Liebig-Hochschule Gießen

(Z. Naturforschg. 5a, 344–345 [1950]; eingeg. am 26. Mai 1950)

Im Jahre 1937 wurde von Opechowski¹ eine von Kramers vorgeschlagene Methode zur statistischen Berechnung thermischer und magnetischer Eigenschaften ferromagnetischer Kristallgitter für Temperaturen oberhalb des Curie-Punktes ausgearbeitet. Ausgehend vom Heisenberg-Modell wird F nach Potenzen von $1/T$ entwickelt. Dabei bezeichnet Opechowski mit F den Quotienten aus der freien Energie pro Spin und dem Austauschintegral J und mit T das dimensionslose Verhältnis der mit der Boltzmannschen Konstanten multiplizierten absoluten Temperatur zu J .

Damit ergibt sich beim kubisch-flächenzentrierten Gitter:

$$F = \frac{T}{2} \cdot \ln \frac{1 - \tau^2}{4} - 3\tau^2 - \frac{3}{T} (3 + 20\tau^2 - 23\tau^4) - \frac{1}{4T^2} (9 + 276\tau^2 - 931\tau^4 + 646\tau^6) \dots$$

mit

$$\tau = \tanh \frac{m \cdot H}{J T}$$

(m : Bohrsches Magneton, H : Magnetfeld).

Die Berechnung der Koeffizienten von T^{-n} geschieht im wesentlichen durch Spurbildung mehrfacher Produkte von Pauli-Matrizen. Die praktische Berechnung wird schon für $n = 4$ außerordentlich mühsam. So ist es nicht weiter verwunderlich, wenn Opechowski dabei einige Fehler unterlaufen sind, die auch in der Berichtigung² nicht restlos ausgemerzt wurden.

Es handelt sich, in der Bezeichnungsweise von Opechowski, um den Mittelwert des Produktes $(kl)(lm)(mk)(kp)$. Dieser muß statt τ^2 richtig $\frac{1}{3}(5\tau^2 - 4\tau^4)$ lauten³. Damit folgt als Koeffizient von $1/T^3$ in der obigen Entwicklung für F

$$A_4 = -\frac{1}{32}(15 + 9780\tau^2 + \text{höhere Potenzen von } \tau).$$

Für die Suszeptibilität ergibt sich daraus:

$$\chi T = 1 + \frac{6}{T} + \frac{30}{T^2} + \frac{138}{T^3} + \frac{2445}{4T^4} + \dots$$

Am Curie-Punkt wird χ stark anwachsen, und man wird mit Opechowski vermuten, daß seine ungefähre Lage durch den höchsten Wert T_c gegeben ist, für den der Ausdruck für $1/\chi T$ verschwindet. Durch einfache Rechnung folgt:

$$1/\chi T = 1 - \frac{6}{T} + \frac{6}{T^2} + \frac{6}{T^3} + \frac{3}{4T^4} + \dots$$

Indem man nach der 1., 2. oder 3. Potenz in T abbricht, erhält man mit Opechowski für die Curie-Temperatur T_c nacheinander die Werte:

	1. Näherung	2. Näherung	3. Näherung
$T_0 =$	6,0	4,73	4,26

Wegen des Rechenfehlers bekam Opechowski für das Polynom 4. Grades keine Nullstelle, was ihn vermuten ließ, daß das Verfahren nicht konvergiert (S. 195, l. c. 1). Tatsächlich ergibt sich aber mit den korrigierten Werten eine Nullstelle bei $T_c = 4,25$, also fast an der gleichen Stelle wie beim Polynom 3. Grades. Das Verfahren zur Bestimmung des Curie-Punktes scheint also doch recht gut zu konvergieren.

¹ W. Opechowski, Physica 4, 181 [1937].

² W. Opechowski, Physica 6, 1112 [1938].

³ Hrn. Prof. W. Opechowski (University of British Columbia, Vancouver, Canada) sei an dieser Stelle herzlich für die Kontrolle der Ergebnisse gedankt.